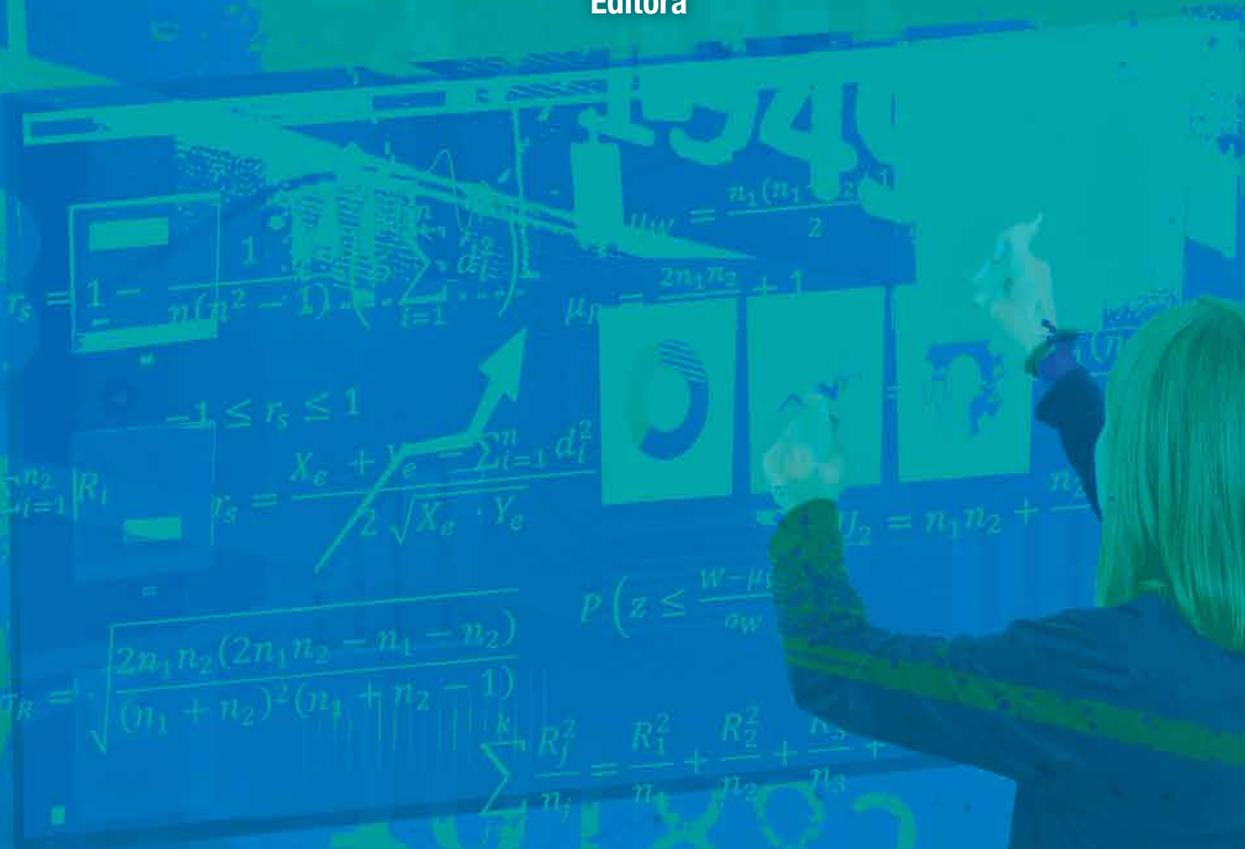


Tomo II

Métodos estadísticos no paramétricos

MARÍA MARJORIE MORA VALVERDE

Editora



Tomo II

Métodos estadísticos no paramétricos

MARÍA MARJORIE MORA VALVERDE

Editora

The logo for Editorial UCR, featuring three horizontal white lines above the text "EDITORIAL UCR" in white capital letters.

**EDITORIAL
UCR**

Las opciones de resaltado del texto, anotaciones o comentarios dependerán de la aplicación y dispositivo en que se realice la lectura de este libro digital.

CC.SIBDI.UCR - CIP/4071

Nombres: Mora Valverde, María Marjorie, 1958- , editora.

Título: Métodos estadísticos no paramétricos / María Marjorie Mora Valverde, editora.

Descripción: Primera edición digital. | San José, Costa Rica : Editorial UCR, 2024.

Identificadores: **ISBN 978-9968-02-134-0** (PDF)

Materias: LEMB: Estadística no paramétrica. | Estadística matemática.

| Probabilidades. | Estadística matemática – Procesamiento de datos.

Clasificación: CDD 519.5 –ed. 23

Edición aprobada por la Comisión Editorial de la Universidad de Costa Rica.

Primera edición digital (PDF): 2024

© Editorial Universidad de Costa Rica,

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, San José, Costa Rica.

Apdo.: 11501-2060 • Tel.: 2511 5310 • Fax: 2511 5257

administracion.siedin@ucr.ac.cr

www.editorial.ucr.ac.cr

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de la obra o parte de ella, bajo cualquier forma o medio, así como el almacenamiento en bases de datos, sistemas de recuperación y repositorios, sin la autorización escrita del editor.

Hecho el depósito de ley.

Contenido

Presentación	vii
1. Coeficiente de correlación por jerarquías de Spearman (r_s)	3
Tabla 1. Valores críticos del coeficiente de correlación de Spearman (r_s).....	4
2. Prueba del signo para la mediana de una población.....	5
Tabla 2. Valores críticos de la prueba del signo.....	6
3. Pruebas para la mediana de dos poblaciones con muestras independientes ...	7
3.1. Prueba U de Mann-Whitney.....	7
Tabla 3.1. Valores críticos de la U de Mann-Whitney (n_1 y $n_2 \leq 20$).....	8
3.2. Prueba de la suma de rangos de Wilcoxon.....	10
Tabla 3.2. Valores críticos de la prueba de Wilcoxon (n_1 y $n_2 \leq 13$)	11
4. Prueba de Kruskal-Wallis para la mediana de tres o más poblaciones con muestras independientes.....	12
Tabla 4.1. Valores críticos para la prueba de Kruskal-Wallis con 3 muestras	14
Tabla 4.2. Valores críticos para la prueba de Kruskal-Wallis con 3, 4 y 5 grupos....	16
5. Prueba de análisis de varianza de Friedman.....	17
Tabla 5. Valores críticos para la distribución de χ^2_r de Friedman	18
6. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon para la mediana de dos poblaciones con muestras pareadas	19
Tabla 6. Valores críticos para la distribución T de Wilcoxon	20
7. Prueba de McNemar para datos pareados (diseños antes y después).....	21
Tabla 7. Valores críticos de la distribución χ^2	22

8. Prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para una muestra.....	24
Tabla 8. Valores críticos de la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para una muestra	25
9. Prueba de rachas (o corridas) para determinar aleatoriedad del proceso de muestreo	26
Tabla 9. Distribución de probabilidades acumuladas del número de rachas (o corridas) en muestras de tamaño n_1 y n_2	27
Referencias bibliográficas	37
Notas y créditos	39
Acerca de la editora	43

Métodos estadísticos no paramétricos

- No estiman parámetros
- Alternativa cuando los datos no cumplen los supuestos de los métodos paramétricos, por ejemplo, el supuesto de normalidad o el de igualdad de varianzas en la población.

1. Coeficiente de correlación por jerarquías de Spearman (r_s)¹

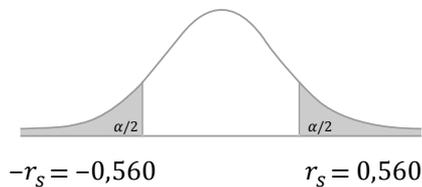
Propósito	Procedimiento	Requisitos/supuestos
<ul style="list-style-type: none"> Mide la relación entre dos variables ordenadas por rangos. Alternativa no paramétrica del coeficiente de correlación de Pearson. 	<p>Se tienen dos listas con los datos: una con los valores de la variable X y la otra con los valores de la variable Y. A cada una de las listas se le asignan los rangos, generalmente, en forma ascendente (empezando con uno, el menor valor de la variable). De esta forma, los datos de cada lista quedan ordenados de 1 a n. A cada uno de los valores iguales, o empates, se asigna el rango correspondiente más la mitad de una unidad, que es 0,5.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Muestreo aleatorio simple. Por lo menos una de las dos variables, X o Y, es medida en escala ordinal. La existencia de muchos empates requiere que se utilice el coeficiente corregido.

Estadístico	Prueba de hipótesis
$r_s = 1 - \frac{1}{n(n^2 - 1)} \left(6 \sum_{i=1}^n d_i^2 \right)$ $-1 \leq r_s \leq 1$ <p>Corrección del coeficiente cuando existen muchos empates</p> $r_s = \frac{X_e + Y_e - \sum_{i=1}^n d_i^2}{2 \sqrt{X_e \cdot Y_e}}$ <p>X_e y Y_e con $[(n^3 - n) - \sum(t^3 - t)]/12$, con los empates de las respectivas variables</p> <p>t: número de empates</p>	<p>$H_0: \rho_s = 0$ (no existe correlación entre los rangos de las dos variables)</p> <p>$H_0: \rho_s \neq 0$ (existe correlación entre los rangos de las dos variables)</p> <p>ρ_s: coeficiente de correlación poblacional de Spearman</p> <p>r_s: coeficiente de correlación muestral de Spearman</p> <p>n: número de pares de datos muestrales</p> <p>d_i: diferencia entre cada par de rangos</p> <p>r_s: se distribuye aproximadamente normal, con media 0 y desviación estándar $\frac{1}{\sqrt{n-1}}$</p>
$4 \leq n \leq 30$	$n > 30$
<p>En pruebas de hipótesis se rechaza la hipótesis nula si $r_s >$ el valor crítico de la Tabla 1.</p>	<p>Se rechaza la hipótesis nula si $r_s >$ los valores críticos dados por</p> $r_s = \pm \frac{z}{\sqrt{n-1}}$ <p>z: valor de la distribución normal para un determinado nivel de significancia. Para un $\alpha = 0,05$ el valor de z es 1,96, en Tabla 5 del Tomo I.</p>

¹ Charles Spearman, 1863-1945, estadístico británico.

Tabla 1. Valores críticos del coeficiente de correlación de Spearman (r_s)

$n = 13$
 $\alpha = 0,05$
 $\alpha/2 = 0,025$
 $H_0: \rho = 0$



Rechace la hipótesis nula si $|r_s|$ es mayor que el valor crítico de la Tabla 1 y concluya que existe correlación entre las variables.

n: pares de datos	Niveles de significancia (α) de la prueba bilateral ²							
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
4	1,000	1,000						
5	0,800	0,900	1,000	1,000				
6	0,657	0,829	0,886	0,943	1,000	1,000		
7	0,571	0,714	0,786	0,893	0,929	0,964	1,000	1,000
8	0,524	0,643	0,738	0,833	0,881	0,905	0,952	0,976
9	0,483	0,600	0,700	0,783	0,833	0,867	0,917	0,933
10	0,455	0,564	0,648	0,745	0,794	0,830	0,879	0,903
11	0,427	0,536	0,618	0,709	0,755	0,800	0,845	0,873
12	0,406	0,503	0,587	0,678	0,727	0,769	0,818	0,846
13	0,385	0,484	0,560	0,648	0,703	0,747	0,791	0,824
14	0,367	0,464	0,538	0,626	0,679	0,723	0,771	0,802
15	0,354	0,446	0,521	0,604	0,654	0,700	0,750	0,779
16	0,341	0,429	0,503	0,582	0,635	0,679	0,729	0,762
17	0,328	0,414	0,485	0,566	0,615	0,662	0,713	0,748
18	0,317	0,401	0,472	0,550	0,600	0,643	0,695	0,728
19	0,309	0,391	0,460	0,535	0,584	0,628	0,677	0,712
20	0,299	0,380	0,447	0,520	0,570	0,612	0,662	0,696
21	0,292	0,370	0,435	0,508	0,556	0,599	0,648	0,681
22	0,284	0,361	0,425	0,496	0,544	0,586	0,634	0,667
23	0,278	0,353	0,415	0,486	0,532	0,573	0,622	0,654
24	0,271	0,344	0,406	0,476	0,521	0,562	0,610	0,642
25	0,265	0,337	0,398	0,466	0,511	0,551	0,598	0,630
26	0,259	0,331	0,390	0,457	0,501	0,541	0,587	0,619
27	0,255	0,324	0,382	0,448	0,491	0,531	0,577	0,608
28	0,250	0,317	0,375	0,440	0,483	0,522	0,567	0,598
29	0,245	0,312	0,368	0,433	0,475	0,513	0,558	0,589
30	0,240	0,306	0,362	0,425	0,467	0,504	0,549	0,580
35	0,222	0,283	0,335	0,394	0,433	0,468	0,510	0,539
40	0,207	0,264	0,313	0,368	0,405	0,439	0,479	0,507
45	0,194	0,248	0,294	0,347	0,382	0,414	0,453	0,479
50	0,184	0,235	0,279	0,329	0,363	0,393	0,430	0,456

Tabla basada en Zar, J. (2010). *Biostatistical Analysis*. (5.ª ed.). Pearson Prentice Hall. Tabla B.20, p. 773.

2 Para pruebas unilaterales se tiene el nivel de significancia de la prueba bilateral dividido entre 2.

2. Prueba del signo para la mediana de una población

Propósito	Procedimiento	Requisitos/supuestos
<ul style="list-style-type: none"> El propósito de la prueba es convertir los valores de los datos en signos positivos o negativos, para probar si hay una cantidad desproporcionada de alguno de estos signos. Equivalente no paramétrico a una prueba de hipótesis respecto al valor poblacional. 	<ul style="list-style-type: none"> A cada valor se le asigna un signo: positivo si es mayor que el valor específico de la mediana que se desea probar en la H_0, o negativo si es menor. Se eliminan los valores iguales a la mediana. Se realiza la prueba con el signo que ocurre menos veces. 	<ul style="list-style-type: none"> Muestreo aleatorio.

$H_0: P = 0,5$ $H_1: P \neq 0,5$	o	$H_0: \mu_e = \mu_{e0}$ $H_0: \mu_e \neq \mu_{e0}$
Si $n < 30$		Si $n \geq 30$
<p>$p = 0,5$ $X \sim B(n, 0,5)$ $p(x \leq x_0 n, 0,5)$</p> <p>x: número de veces del signo menos frecuente</p> <p>n: número total de signos positivos y negativos, se reduce al eliminar los ceros</p> <p>Se rechaza H_0 si el número del signo menos frecuente (x) es menor o igual que el valor crítico de la Tabla 2, para un nivel de significancia.</p> <p>O, también, se rechaza H_0 si el nivel de significancia α es un valor mayor que la $p(x \leq x_0 n, 0,5)$ de la Tabla 2 del Tomo I.</p>		<p>$z \sim N(\mu, \sigma)$</p> $z = \frac{x + 0,5 - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}$ $P\left(\frac{x - 0,5 - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}} \leq z \leq \frac{x + 0,5 - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}\right)$ <p>Se rechaza H_0:</p> <ul style="list-style-type: none"> Si el nivel de significancia α es mayor que una probabilidad llamada p-value. Si el valor del estadístico z es mayor que el valor crítico, para un nivel de significancia (z_α o $z_{\alpha/2}$), que se obtiene de la Tabla 5 del Tomo I: si $z > z_\alpha$ o $z > z_{\alpha/2}$.

Tabla 2. Valores críticos de la prueba del signo

$$H_0: P = 0,5 \quad H_1: P \neq 0,5$$

Rechace la hipótesis nula si x , el número de signos menos frecuente, es menor que el valor crítico de la Tabla 2.

n	Niveles de significancia (α) de la prueba bilateral ³			
	0,10	0,05	0,02	0,01
4	—	—	—	—
5	0	—	—	—
6	0	0	—	—
7	0	0	0	—
8	1	0	0	0
9	1	1	0	0
10	1	1	0	0
11	2	1	1	0
12	2	2	1	1
13	3	2	1	1
14	3	2	2	1
15	3	3	2	2
16	4	3	2	2
17	4	4	3	2
18	5	4	3	3
19	5	4	4	3
20	5	5	4	3
21	6	5	4	4
22	6	5	5	4
23	7	6	5	4
24	7	6	5	5
25	7	7	6	5
26	8	7	6	6
27	8	7	7	6
28	9	8	7	6
29	9	8	7	7
30	10	9	8	7

— : no existen valores críticos.

Tabla basada en Triola, M. (2009). *Estadística*. Pearson Educación. Tabla A-7, p. 781.

3 Para pruebas unilaterales se tiene el nivel de significancia de la prueba bilateral dividido entre 2.

Esta es una
muestra del libro
en la que se despliega
un número limitado de páginas.

Adquiera el libro completo en la
[Librería UCR Virtual.](#)

LIBRERÍA
UCR

VIRTUAL

Acerca de la editora

María Marjorie Mora Valverde

Nació en Costa Rica en 1958. Obtuvo la Licenciatura en Estadística de la Universidad de Costa Rica (UCR), la Maestría en Tecnología Educativa con Énfasis en Medios Instruccionales de la Universidad Estatal a Distancia y el Doctorado Académico en Educación de la UCR. Durante más de 30 años se desempeñó como profesora de Estadística de la UCR, también fue docente e investigadora en la Escuela de Bibliotecología, Documentación e Información (EBDI) de la Universidad Nacional, Costa Rica.

Corrección filológica: *Isaac Marín M.* y *Pamela Bolaños A.* • Revisión de pruebas: *Sofía Conejo A.*
Diseño de portada: *Abraham Ugarte S.* • Diseño de contenido, diagramación, realización del libro digital
y control de calidad de la versión digital: *Raquel Fernández C.*

Editorial UCR es miembro del Sistema Editorial Universitario Centroamericano (SEDUCA),
perteneciente al Consejo Superior Universitario Centroamericano (CSUCA).

Edición digital de la Editorial Universidad de Costa Rica. Fecha de creación: marzo, 2024.

Esta es una nueva versión, actualizada y ampliada, de fórmulas estadísticas y distribuciones de probabilidad estudiadas en los cursos de Estadística; muy útil para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. Se presenta en dos tomos:

Tomo I. Fórmulas estadísticas y distribuciones de probabilidad. Grupo de fórmulas que orientan el cálculo de las medidas cuantitativas para el análisis de conjuntos de datos, junto a un grupo de tablas con las distribuciones de probabilidad más usadas.

Tomo II. Métodos estadísticos no paramétricos. Para un grupo seleccionado de métodos presenta la descripción de la prueba, las fórmulas y las probabilidades correspondientes.